Министерство образования, науки и молодежной политики
Краснодарского края
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Краснодарского края
«АРМАВИРСКИЙ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫЙ ТЕХНИКУМ»

Курс лекций по теме:

«Высказывания, их истинностные значения. Логические операции над высказываниями.

Понятие формулы логики. Таблица истинности формулы логики. Проверка двух формул на равносильность»

по дисциплине ***«Элементы математической логики»***
для студентов 2 курса

специальности *09.02.02 «Компьютерные сети»*

2017

Содержание:

Введение

Математика является наукой, в которой все истины доказываются с помощью умозаключений.

В логических теориях описываются процессы умозаключений и законы мышления, которые позволяют из истинности одних суждений делать заключения об истинности или ложности других суждений.

Впервые в истории идеи о построении логики на математической основе были высказаны Г.В. Лейбницем в конце 17 столетий. Им были заложены основы для алгебраизации логики и построения логических исчислений. Он говорил: «Мы употребляем знаки не только для того, чтобы передать наши мысли другим лицам, но и для того, чтобы облегчить сам процесс нашего мышления».

С помощью математической логики решаются проблемы, выясняющие общие свойства математических теорий (например, проблемы непротиворечивости, полноты, разрешимости и др.).

Целью и задачей данного пособия является рассмотрение элементов алгебры логики, логических функций и логических уравнений, а так же их решения построением таблицы.

Алгебра логики

Алгебра логики — это математический аппарат, с помощью которого записывают, вычисляют, упрощают и преобразовывают логические высказывания.

Создателем алгебры логики является живший в XIX веке английский математик Джордж Буль, в честь которого эта алгебра названа булевой алгеброй высказываний.

Логическая переменная в алгебре логики может принимать одно из двух возможных значений: TRUE - истина, FALSE - ложь. Эти значения в цифровой технике принято рассматривать как логическую "1" (TRUE) и логический "0" (FALSE), или как двоичные числа 1 и 0.

Применение алгебры логики

А. Сигнализация

Алгебра логики используется при проектировании сигнализации. Пусть руководитель органа внутренних дел формулирует следующие условия работы сигнализации с охраняемого объекта: “желтый световой сигнал у дежурного по объекту включается ночью, если на каком-либо этаже здания, кроме первого этажа появляется человек; если на одном из этих этажей оказываются два человека, то гаснет желтый сигнал и загорается зеленый; если там оказываются три человека, то горят оба сигнала; при появлении на указанных этажах четырех человек горит красный свет; в том случае, когда на этих этажах находится более четырех человек, звучит сирена — сигнал тревоги (можно, например, считать, что в ночное время на эти этажи могут приходить только четыре человека)”

В. Управленческое решение

Алгебра логики применяется для анализа управленческих решений. С ее помощью можно, например, найти противоречие в самом решении, установить, что решение противоречит другим решениям, ранее принятым.

Алгебра логики используется для упрощения формулировки управленческих действий, предписываемых решением.

С. Другие применения алгебры логики

1. Символическая логика, в том числе алгебра логики, широко применяется в кибернетике. Об отце символической логики Лейбнице Норберт Винер, сформулировавший основные идеи кибернетики, пишет: “Если бы мне пришлось выбирать в анналах истории наук святого —

покровителя кибернетики, то я выбрал бы Лейбница. Философия Лейбница концентрируется вокруг двух идей, тесно связанных между собой: идеи универсальной символики и идеи логического исчисления.

Из этих двух идей возникли современный математический анализ и современная математическая логика. И как в арифметическом исчислении была заложена возможность развития ее механизации от абака и арифмометра до современных сверхбыстрых машин, так и в исчислении умозаключений Лейбница содержится в зародыше думающая машина. Сам Лейбниц, подобно своему предшественнику Паскалю, интересовался созданием вычислительных машин в металле. Поэтому совсем неудивительно, что тот же самый умственный толчок, который привел к развитию математической логики, одновременно привел к гипотетической или действительной механизации процессов мышления".

2. Алгебра логики применяется при проектировании переключательных схем, являющихся элементами автоматизированных систем управления и вычислительных машин.

Домашнее задание 1:
разобрать примеры, решенные в источнике: https://fil.wikireading.ru/190

Высказывания и их истинностные значения

Высказывание- повествовательное предложение, о котором можно однозначно сказать, что оно истинно или ложно.

Обозначается большими буквами латинского алфавита: A, B, C, X, Y...

Высказывание называется **простым**, если никакая его часть не является сама по себе высказыванием.

Сложные высказывания получаются из простых с помощью логических операций.

Логические операции над высказываниями

Отрицанием высказывания A называется сложное высказывание ($\bar{A}$, ¬A, not A, читается «не A»), которое истинно, когда A ложно и ложно, когда A- истинно.

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Конъюнкцией двух высказываний A и B называется сложное высказывание (A^B, A&B, Aand B, читается «A и B»), которое истинно тогда и только тогда, когда и A и B истинны (одновременно).

A	B	A^B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Дизъюнкцией двух высказываний A и B в **неисключающем** смысле называется сложное высказывание (A∨B, A+B, A OR B, читается «A или B»), которое ложно тогда и только тогда, когда высказывания A и B ложные (одновременно).

A	B	A∨B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Дизъюнкцией двух высказываний A и B в **исключающем** смысле называется сложное высказывание (A⊻B, A xor B, A⨁B, читается «или A или B»), которое истинно тогда и только тогда, когда истинно только одно из высказываний A и B.

A	B	A⊻B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Импликацией двух высказываний A и B называется сложное высказывание (A→B, A imp B читается «из A следует B», «если A, то B»), которое ложно тогда и только тогда, когда, А- истинно, В- ложно.(А-посылка, В-заключение)

A	B	A→B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

<u>Эквиваленцией</u> двух высказываний А и В называется сложное высказывание (А↔В «А тогда и только тогда, когда В», «А эквивалентно В»), которое истинно, если А и В имеют одинаковые значения

A	B	A↔B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Высказывание, значение истинности которого не задано, называется **<u>логической переменной</u>**.

Высказывание, для которого задано значение истинности, называется **<u>логической постоянной</u>** (может иметь значение T,F).

Понятие логической формулы

<u>Логическая формула</u>- любое простое высказывание, а также сложное высказывание, образованное из простых с помощью логических связок.

Например:

$Ф=(\overline{A \rightarrow B}\ \wedge A)$

$Ф(X_1, X_2)=(\overline{X_2 \rightarrow X_1} \wedge X_2)$

<u>Рангом</u> формулы Ф назовем число логических операций, с помощью которых эта формула образована. Обозначается r(Ф)

Правила чтения формулы

1.*Порядок выполнения (приоритет операций) если отсутствуют скобки.*

1) *отрицание;*

2) конъюнкция,
3) дизъюнкция,
4) дизъюнкция в исключающем смысле
5) импликация,
6) эквиваленция

2.Одинаковые операции, записанные без скобок выполнятся последовательно слева на права.

3.Отрицание применяется ко всей части формулы, записанной под знаком.

4.Необходимо учитывать скобки.

Формулы $\varPhi_1(x_1,x_2,...,x_n)$ и $\varPhi_2(x_1,x_2,...,x_n)$ называются **<u>равносильными</u>**, (A≡B) если они принимают одинаковые значения истинности при каждом наборе переменных $x_1,x_2,...,x_n$

Обозначение $\varPhi_1 \equiv \varPhi_2$

Формула Ф$(x_1,x_2,...,x_n)$ называется **<u>тождественно истинной</u>** (или законом логики) если она принимает значение 1 при любом наборе значений переменных $x_1,x_2,...,x_n$.

Формула Ф$(x_1,x_2,...,x_n)$ называется **<u>тождественно ложной</u>** (или противоречием), если она принимает значение 0 при любом наборе значений переменных $x_1,x_2,...,x_n$

Формула Ф$(x_1,x_2,...,x_n)$ называется **<u>выполнимой,</u>** если она принимает значение 1 хотя бы при одном наборе значений переменных $x_1,x_2,...,x_n$

<u>Пример 1.</u>

Чему будет равно значение функции Ф при $x_1=0$, $x_2=1$

1.$\varPhi_1=\overline{x_1 \vee\vee x_2} = \overline{0 \vee\vee 1} = \overline{1} = 0$

2.$\varPhi_2=\overline{x_1 \wedge x_2} = \overline{0 \wedge 1} = \overline{0} = 1$

3.$\varPhi_3=x_1 \vee (\overline{x_1} \wedge x_2)=0 \vee (\overline{0} \wedge 1)= 0 \vee (1 \wedge 1)= 0 \vee 1=1$

4.$\varPhi_4=x_1 \wedge (\overline{\overline{x_1} \wedge x_2})= 0 \wedge (\overline{\overline{0} \wedge 1})= 0 \wedge (\overline{1 \wedge 1})= 0 \wedge \overline{1}= 0 \wedge 0= 0$

5. $\varPhi_5=x_1 \rightarrow (\overline{x_2} \leftrightarrow x_1) \veebar x_2=0 \rightarrow (\overline{1} \leftrightarrow 0) \veebar 1= 0 \rightarrow (0 \leftrightarrow 0) \veebar 1= 0 \rightarrow 1 \veebar 1= 0 \rightarrow 0 =1$

<u>Пример 2.</u>

Постройте таблицу истинности формулы Ф и определите, к какому из видов она относятся. Определите ранг формулы

а).$\varPhi_1$=A∨B→Ā

A	B	$\bar{A}$	A∨B	A∨B→$\bar{A}$
0	0	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	1	0	1	0

Φ_1=A∨B→$\bar{A}$ – формула является выполнимой, ранг r(Φ_1)=3

б). $\Phi_2 = X \rightarrow \overline{Y} \vee \overline{X}$

X	Y	$\overline{Y}$	$\overline{X}$	$\overline{Y} \vee \overline{X}$	$X \rightarrow \overline{Y} \vee \overline{X}$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0

Формула $\Phi_2 = x \rightarrow \bar{y} \vee \bar{x}$ является выполнимой , r(Φ_2) =3

Пример 3. Докажите с помощью таблиц истинности равносильность.

a) $(\overline{X \wedge Y}) = \overline{X} \vee \overline{Y}$

Для доказательства построим таблицу истинности для каждой их формул и сравним результаты

X	Y	X∧Y	$\overline{X \wedge Y}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \vee \overline{Y}$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

При одинаковых наборах переменных получили одинаковые результаты (1110=1110), значит формулы равносильны. Ч.Т.Д.

b) $X \rightarrow Y \equiv \overline{X} \vee Y$

Для доказательства построим таблицу истинности для каждой их формул и сравним результаты

X	Y	X→Y
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{X} \vee Y$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

При одинаковых наборах переменных получили одинаковые результаты (1101=1101), значит формулы равносильны. Ч.Т.Д.

Пример 4.

а) Является ли функция $F(A,B,C) = (A \leftrightarrow C) \to (C + \overline{A+B})$ тождественно истинной?

A	B	C	$A+B$	$\overline{A+B}$	$C+\overline{A+B}$	$A \leftrightarrow C$	$F(A,B,C)$
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	1	0	1	0	1

Анализ построенной таблицы показывает, что существует набор входных переменных, при котором функция равна 0. Следовательно, данная функция не является тождественно-истинной. Тип данной функции – выполнимая

б) $\bar{X} \vee \bar{Y} \wedge X$

X	Y	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	$\bar{Y} \wedge X$	$\bar{X} \vee \bar{Y} \wedge X$
0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1

Анализ построенной таблицы показывает, что при любом наборе входных переменных функция принимает значение 1. Следовательно, данная функция является тождественно-истинной.

Пример 5.

Найти корень логического уравнения: $\overline{(A+B)(X \oplus AB)} = \overline{B + \overline{X \to A}}$.

Один из способов решения – построение таблицы истинности. Построим таблицы истинности правой и левой части уравнения и посмотрим, при каком X, значения в последних столбцах этих таблиц совпадут.

$$F_1(A,B,X) = \overline{(A+B)(X \oplus AB)}$$

A	B	X	AB	$X \oplus AB$	$A+B$	$(A+B)(X \oplus AB)$	$F_1(A,B,X)$
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	0	1	0	1

$$F_2(A,B,X) = \overline{B + \overline{X \to A}}$$

A	B	X	$X \to A$	$\overline{X \to A}$	$B + \overline{X \to A}$	$F_2(A,B,X)$
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	0	1	0

Сравним полученные таблицы истинности и выберем те строки, в которых значения $F_1(A,B,X)$ и $F_2(A,B,X)$ совпадут.

A	B	X	$F_1(A,B,X)$	$F_2(A,B,X)$	номер строки
0	0	0	1	1	1.
0	0	1	1	0	2.
0	1	0	1	0	3.
0	1	1	0	0	4.
1	0	0	1	1	5.
1	0	1	0	1	6.
1	1	0	0	0	7.
1	1	1	1	0	8.

Нас интересуют строки под номерами: 1,4,5,7.

Перепишем только выбранные строки, оставив только столбцы аргументов. А затем посмотрим на переменную X как на функцию от A и B .

A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

Сравнивая с таблицами логических операций, делаем вывод, что $X = \overline{B \to A}$.

<u>Пример 6.</u>

Найти корень логического уравнения:

$$(A \oplus B) \leftrightarrow X(A \to B) = \overline{\overline{A} \to B} \to X.$$

A	B	X	$A \oplus B$	$A \to B$	$X(A \to B)$	$F_1(A,B,X)$
0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	1	1	0

Построим таблицы истинности правой и левой части уравнения и посмотрим, при каком X, значения в последних столбцах этих таблиц совпадут.

$$F_1(A,B,X) = (A \oplus B) \leftrightarrow X(A \to B)$$

$$F_2(A,B,X) = \overline{\overline{A} \to B} \to X.$$

A	B	X	$A \to B$	$\overline{A \to B}$	$\overline{A \to B} \to X$	$F_2(A,B,X)$
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	0	1	0

Сравним полученные таблицы истинности и выберем те строки, в которых значения $F_1(A,B,X)$ и $F_2(A,B,X)$ совпадут.

A	B	X	$F_1(A,B,X)$	$F_2(A,B,X)$
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0

Перепишем только выбранные строки, оставив только столбцы аргументов. Посмотрим на переменную X как на функцию от A и B .

A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Очевидно, что $X = B \to A$.

Задания для закрепления:

№1 Найдите значение выражения

при $x_1 = 0, x_2 = 1$.

a) $(x_2 \to \overline{x_1}) \wedge (\overline{x_{1 \to} x_2}) \wedge (\overline{x_1} \to \overline{x_2}) = (1 \to \overline{0}) \wedge (\overline{0 \to 1}) \wedge (\overline{0} \to \overline{1})$
$= (1 \to 1) \wedge \overline{0} \wedge (1 \to 0) = 1 \wedge 1 \wedge 1 = 1$

b) $(X_1 \sim X_2) \vee (X_1 \to \overline{X_2}) \vee (X_1 \sim \overline{X_2}) = (0 \sim 1) \vee (0 \to \overline{1}) \vee (\overline{0 \sim \overline{1}}) = 0 \vee$
$(0 \to 0) \vee (\overline{0 \sim 0}) = 0 \vee 1 \vee \overline{1} = 0 \vee 1 \vee 0 = 1$

$c)$ $(x_1 \downarrow x_2) \vee (\overline{x_2 | x_1}) \vee (x_1 \vee \overline{x_2}) = (0 \downarrow 1) \vee (\overline{1|0}) \vee (0 \vee \overline{1})$
$= 0 \vee \overline{1} \vee (0 \vee 0) = 0 \vee 0 \vee 0 = 0$

№2. Найдите значение выражения

при $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0$

$a)$ $(x_1 \to \overline{x_2}) \vee (x_2 \to \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_2 | x_3}) = (0 \to \overline{1}) \vee (1 \to \overline{0}) \wedge (\overline{1|0})$
$= (0 \to 0) \vee (1 \to 1) \wedge \overline{1} = 1 \vee 1 \wedge 0 = 1 \vee 0 = 1$

$b)$ $\overline{(x_1 \sim x_3) \wedge (x_1 + x_2)} \vee ((x_1 \to x_2) \vee (x_2 \to x_3))$
$= \overline{(1 \sim 0) \wedge (1 + 1)} \vee ((1 \to 1) \vee (1 \to 0)) = \overline{0 \wedge 1} \vee (1 \vee 0)$
$= \overline{0} \vee 1 = 1 \vee 1 = 1$

№3. Решите задачу:

Задача о странном прогнозе погоды

По радио диктор объявляет прогноз синоптиков:

Если не будет бури, то будет пасмурная погода без дождя.

Если будет дождь, то будет пасмурно и без бури.

Если будет пасмурная погода, то будет дождь и не будет бури.

Какая будет завтра погода?

Решение:

Для решения задачи составим логические формулы для каждого из утверждений синоптиков. Для этого обозначим простые высказывания, которые являются частью составных:

A – «будет буря»

B – «пасмурно»

C – «дождь».

Составим сложное высказывание из простых А, В, С для каждого из трех утверждений ведущего.

При этом учитывайте:

«если…то» это импликация, обозначается «→»;

«и» это конъюнкция, обозначается «^».

После этого заполним таблицу:

A	B	C									
0	0	0									
0	0	1									
0	1	0									
0	1	1									
1	0	0									
1	0	1									
1	1	0									
1	1	1									

Сделаем вывод.

Домашнее задание 2:

1. **Найдите значение выражения**

№1. При $x_1 = 0$ $x_2 = 0$ $x_3 = 1$

a) $\overline{x_2 \to x_3} \lor \left(\overline{x_3 \to x_1} \lor (x_1 \sim x_2)\right)$

b) $x_3 \sim (x_2 \land \overline{x_1}) \lor (\overline{x_3} \longrightarrow x_1)$

№2. При $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$

a) $\left((\overline{x_1 + x_3}) + (x_2 \sim \overline{x_3})\right) \lor \left(\overline{x_1} \to (x_4 \to x_2)\right)$

b) $(x_3|x_1) \lor \left((x_1 \sim x_2) \to (x_3 + x_4)\right)$

c) $(x_1 \downarrow x_4) \land (x_2 \downarrow x_3) \to (x_4|x_1)$

№3. При $x_1 = 1$ $x_2 = 1$ $x_3 = 0$

a) $\overline{x_2 \to x_3} \lor \left(\overline{x_3 \longrightarrow x_1} \land (x_1 \sim x_2)\right)$

б) $x_3 \sim (x_2 \land \overline{x_1}) \lor (\overline{x_3} \to x_1)$

№4. При $x_1 = 1$ $x_2 = 1$ $x_3 = 1$ $x_4 = 0$

$$\left((\overline{x_1 + x_3}) + (x_2 \sim \overline{x_3})\right) \lor \left(\overline{x_1} \to (x_4 - x_2)\right)$$

2. Придумайте формулу из трех переменных, трех логических функций и составьте для неё таблицу истинности. Определите ее ранг.

3. Приведите пример тождественно истинной формулы в алгебре числовых величин. Определите ее ранг.

4. Приведите пример тождественно ложной формулы в алгебре числовых величин. Определите ее ранг.

5. Докажите с помощью таблиц истинности:

$\overline{X} \to Y \equiv (X \lor Y) \land (X \land \overline{Y})$.

6. Найдите корень логического уравнения:

$(A + B) \to (A \oplus X) = \overline{X \to (A + B)}$

Темы для докладов и сообщений:

1. Применение таблиц истинности для решения логических задач
2. Применение таблиц истинности для решения уравнений
3. Джордж Буль. Его вклад в алгебру логики.
4. Лейбниц Г.В. Его вклад в алгебру логики.

Приложение

Задания для практической работы

по теме «Логические формулы. Построение таблиц истинности. Проверка двух формул на равносильность».

Цель: закрепить навыки построения таблиц истинности сложных высказываний, решения уравнений, определения типа формулы и ранга формулы.

Практическая работа № 3

«Логические формулы. Построение их таблиц истинности. Проверка двух формул на равносильность»

Вариант № 1

Задание 1. Найдите значение выражения $x_3 \sim (x_2 \land \overline{x_1}) \lor (\overline{x_3} \to x_1)$ при $x_1 = 1$ $x_2 = 1$ $x_3 = 0$

Определите ранг формулы.

Задание 2. Постройте таблицы истинности формул логики и определите, к какому из видов они относятся. Определите ранг формул.

а) $Ф(X;У) = X \to Y \land \overline{X}$;

б) $Ф(A, B) = \overline{A \lor B \lor \overline{B}} \land A$;

в) $Ф(X_1, X_2, X_3) = (X_1 \to X_2) \land (X_2 \to X_3) \to (X_1 \to X_3)$.

Задание 3. Докажите с помощью таблицы истинности равносильность

$$A \leftrightarrow B \equiv A \land B \lor \overline{A} \land \overline{B}.$$

Практическая работа № 3

«Логические формулы. Построение их таблиц истинности. Проверка двух формул на равносильность»

Вариант № 2

Задание 1

Найдите значение выражения $(x_3 | x_1) \lor \big((x_1 \sim x_2) \to (x_3 + x_4)\big)$ при $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $x_4 = 1$

Определите ранг формулы

Задание 2. Постройте таблицы истинности формул логики и определите, к какому из видов они относятся. Определите ранг формул.

а) $Ф(X;У) = \overline{X} \leftrightarrow X \lor Y$;

б) $Ф(A, B) = \overline{A} \lor B \leftrightarrow \overline{A} \to B$;

в) $Ф(X_1, X_2, X_3) = (X_1 \to \overline{X_2}) \to (\overline{X_1 \lor X_2} \land \overline{X_3})$.

Задание 3. Докажите с помощью таблицы истинности равносильность

$$\overline{X} \leftrightarrow У \equiv X \leftrightarrow \overline{У}.$$

Практическая работа № 3
«Логические формулы. Построение их таблиц истинности. Проверка двух формул на равносильность»

Вариант № 3

Задание 1. Найдите значение выражения $\overline{x_2 \to x_3} \vee \left(\overline{x_3 \to x_1} \vee (x_1 \sim x_2)\right)$ при $x_1 = 0$ $x_2 = 0$ $x_3 = 1$

Определите ранг формулы.

Задание 2. Постройте таблицы истинности формул логики и определите, к какому из видов они относятся. Определите ранг формул.

а) $\Phi(X;У) = \overline{X} \to Y \vee \overline{X}$;

б) $\Phi(A, B) = \overline{\overline{A} \to (A \to B)}$;

в) $\Phi(X_1, X_2, X_3) = X_1 \wedge \overline{X_2} \to (X_2 \vee \overline{X_1} \to \overline{X_3})$.

Задание 3. Докажите с помощью таблицы истинности равносильность

$\overline{\overline{A} \underline{\vee} \overline{B}} \equiv A \leftrightarrow B$.

Практическая работа № 3
«Логические формулы. Построение их таблиц истинности. Проверка двух формул на равносильность»

Вариант № 4

Задание 1. Найдите значение выражения $x_3 \sim (x_2 \wedge \overline{x_1}) \vee (\overline{x_3} \longrightarrow x_1)$ при $x_1 = 0$ $x_2 = 0$ $x_3 = 1$

Определите ранг формулы.

Задание 2. Постройте таблицы истинности формул логики и определите, к какому из видов они относятся. Определите ранг формул.

а) $\Phi(X;У) = X \leftrightarrow \overline{X} \wedge Y$;

б) $\Phi(A, B) = (A \to B) \wedge \overline{B} \to \overline{A}$;

в) $\Phi(X_1, X_2, X_3) = X_1 \wedge \overline{X_2} \wedge (X_2 \wedge \overline{X_3}) \vee (\overline{X_1} \vee X_3)$.

Задание 3. Докажите с помощью таблицы истинности равносильность

$X \leftrightarrow Y \equiv \overline{X \underline{\vee} У}$.

Практическая работа № 3

«Логические формулы. Построение их таблиц истинности. Проверка двух формул на равносильность»

Вариант № 5

Задание 1. Найдите значение выражения $(x_3|x_1) \vee \left((x_1 \sim x_2) \to (x_3 + x_4)\right)$ при $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$

Определите ранг формулы.

Задание 2. Постройте таблицы истинности формул логики и определите, к какому из видов они относятся. Определите ранг формул.

а) $\Phi(X;У) = \overline{(\overline{x} \vee \overline{y}} \vee \overline{x \vee y)} \to \overline{x}$;

б) $\Phi(A, B) = (A \to \overline{B} \wedge B) \wedge \overline{B} \to \overline{A}$;

в) $\Phi(a, b, c, d) = \left(a \vee \left(\overline{d} \wedge b\right)\right) \wedge ((\overline{a} \wedge (\overline{b} \vee d) \vee c) \vee \overline{c} \vee (a \vee \left(b \wedge \overline{d}\right)$

Задание 3. Докажите с помощью таблицы истинности равносильность $\bar{A} \vee \bar{A} \wedge (B \vee \bar{A}) = \bar{A}$.

Заключение

В данном пособии рассмотрены элементы алгебры логики, логических функций и логических уравнений, а так же их решения построением таблицы. Для простых высказываний описаны таблицы истинности, для составных высказываний указан приоритет операций и даны понятия тип формулы и ранг формулы.

В приведенных примерах показано, как найти значение функции при заданных значениях высказывания, как построить таблицу истинности для составного высказывания, как решить логическое уравнение.

Решения логических функций и уравнений рассмотрены с помощью двух основных методов: 1) построением таблицы истинности; 2) упрощением и разбиением на части. В результате проделанной работы можно сделать следующий вывод, что эти методы являются более рациональными и удобными при решении данных задач.

Первый способ позволяет выделить из класса формул всегда истинные формулы и всегда ложные формулы, установить отношение логического следования между формулами, их эквивалентность.

Преимуществом второго способа является то, что при помощи простых выражений можно упростить сложные утверждения и проверить их истинность.

Литература:

1. М.С. Спирина, П.А. Спирин. Дискретная математика/ Учебник/ - М.: Издательский центр «Академия», 2007г., 368с.
2. Ф.А. Новиков. Дискретная математика для программистов/ Учебник/ - СПб.: Питер, 2000г., 304с.
3. Л.М. Лихтарников, Т.Г. Сукачева. Математическая логика/ Курс лекций/ СПб.: Издательство «Лань», 1998г., 285с.
4. Соловьев Г.Н. Арифметические устройства ЭВМ. - М. “Энергия”. 1978.
5. Савельев А.Я. Прикладная теория цифровых автоматов - М. “Высшая школа”. 1987.
6. Каган Б.М. Электронные вычислительные машины и системы. - М. Энергоатомиздат. 1985.
7. Лысиков Б.Г. Арифметические и логические основы цифровых автоматов. - Минск. “Вышэйшая школа”. 1980.
8. https://studfiles.net/preview/5568440/
9. http://userdocs.ru/matematika/30228/index.html?page=2
10. https://studopedia.ru/7_144352_ravnosilnost-formul.html
11. https://fil.wikireading.ru/190